Progettazione di una carta di controllo per frazione di non conformi. Tre sono i parametri che caratterizzano una carta di controllo per frazione di non conformi: la dimensione campionaria, la frequenza di campionamento e l'ampiezza dei limiti di controllo, per cui è utile avere delle linee guida per la scelta di tali parametri.

Quando si inizia la progettazione di questo tipo di carte, si è soliti effettuare un'ispezione al 100% dell'intera produzione per un certo arco di tempo. In tale caso la dimensione del campione e la frequenza di campionamento sono strettamente legate, essendo la frequenza in funzione del tasso di produzione, che condiziona a sua volta la dimensione del campione. Eventualmente la scelta di sottogruppi razionali può essere importante: ad esempio, se è noto che la produzione differisce a seconda della linea di produzione, è meglio esaminare il prodotto di ciascuna linea separatamente e non mettendo insieme tutta la produzione. Quando bisogna invece effettivamente procedere con la scelta della dimensione n del campione, possono essere seguite diverse vie. Se p è molto piccolo, n dovrà essere molto grande per poter trovare nel campione almeno un elemento difettoso, oppure bisognerà progettare i limiti di controllo in modo che la sola presenza di un elemento difettoso produca un'informazione di fuori controllo. Ad esempio, se $p = 0.01$ e $n = 8$, il limite superiore è

$$\text{UCL} = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.01 + 3\sqrt{\frac{(0.01)(0.99)}{8}} = 0.1155$$

Se c'è un solo elemento difettoso nel campione, si ha $\hat{p} = \frac{1}{8} = 0.1250$, da cui si ottiene che il processo è classificabile come fuori controllo, anche se tale affermazione è un po' forzata essendo non nulla la probabilità di ottenere nel campione anche più di un elemento difettoso ed essendo comunque poco ragionevole che si decida di classificare un processo fuori controllo sulla base di un singolo elemento difettoso.

Per evitare tale inconveniente è possibile scegliere un valore di n tale che la probabilità di trovare almeno un elemento difettoso nel campione sia almeno γ. Ad esempio, posto $p = 0.01$ si supponga di volere che la probabilità di avere almeno un'unità non conforme nel campione sia maggiore o uguale a 0.95. Se D indica il numero di unità non conformi, allora si dovrà cercare n tale che $P\{D \geq 1\} \geq 0.95$. Usando l'approssimazione della variabile casuale di Poisson alla binomiale, si trova, usando la tavola di probabilità cumulata della Poisson, che $\lambda = np$ deve essere maggiore di 3. Di conseguenza, con $p = 0.01$, n dovrà essere pari a 300.

Duncan (1986) ha suggerito che il campione deve essere sufficientemente grande da garantire di avere circa il 50% di probabilità di individuare uno scostamento del processo di ampiezza data. Posto di nuovo a titolo di esempio $p = 0.01$, si supponga di voler cercare n tale che la probabilità di osservare uno scostamento di p al valore 0.05 sia pari al 50%. Ipotizzando che sia accettabile l'approssimazione con la distribuzione normale della binomiale, dovremo scegliere i limiti superiori di controllo in modo che coincidano con la frazione di non conformi nello stato di fuori controllo. Indicata con δ l'ampiezza dello scostamento del processo, si ha che n deve soddisfare la seguente espressione:

$$\delta = L\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \tag{6.9}$$

da cui n risulta pari a

$$n = \left(\frac{L}{\delta}\right)^2 p(1-p) \tag{6.10}$$

Per il nostro esempio, posto $p = 0.01$, $\delta = 0.05 - 0.01 = 0.04$ e ipotizzato di usare limiti di controllo a 3-sigma, dall'Equazione (6.10) si ha

$$n = \left(\frac{3}{0.04}\right)^2 (0.01)(0.99) = 56$$

Sempre nel caso che la frazione di non conformi sia molto piccola, si può scegliere di avere una carta di controllo con un limite inferiore positivo, così da costringere ad indagini ulteriori ogni volta che il campione contenga un numero troppo piccolo di non conformi. Poiché si richiede che valga

$$\text{LCL} = p - L\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} > 0 \tag{6.11}$$

ne consegue che

$$n > \frac{(1-p)}{p} L^2 \tag{6.12}$$

Ad esempio, con la parametrizzazione precedente, n deve essere tale che

$$n > \frac{0.95}{0.05}(3)^2 = 171$$

Con $n \geq 172$ la carta di controllo avrà un LCL positivo.